tos de AC, del teorema 10 se deduce que $d_1 = -d_2$. Por tanto, por el teorema 11, la ecuación de la bisectriz l es

$$\frac{6x - y - 25}{\sqrt{6^2+1}} = -\frac{2x+3y-5}{\sqrt{2^2+3^2}},$$

la cual, simplificada, toma la forma

$$(6\sqrt{13} + 2\sqrt{37})\,x - (\sqrt{13} - 3\sqrt{37})\,y - 25\sqrt{13} - 5\sqrt{37} = 0.$$

EJERCICIOS. Grupo 12

Dibújese una figura para cada ejercicio.

1. Hallar la distancia de la recta $4x - 5y + 10 = 0$ al punto $P(2, -3)$.
2. Hallar la distancia dirigida de la recta $x + 2y + 7 = 0$ al punto $P(1, 4)$.
3. Los vértices de un triángulo son $A(-4, 1)$, $B(-3, 3)$ y $C(3, -3)$. Hallar la longitud de la altura del vértice A sobre el lado BC y el área del triángulo.
4. Hallar la distancia comprendida entre las rectas paralelas $3x - 4y + 8 = 0$ y $6x - 8y + 9 = 0$.
5. Hallar la distancia entre las rectas paralelas $x + 2y - 10 = 0$ y $x + 2y + 6 = 0$.
6. Hallar la ecuación de la paralela a la recta $5x + 12y - 12 = 0$ y distante 4 unidades de ella. (Dos soluciones.)
7. La distancia dirigida de la recta $2x + 5y - 10 = 0$ al punto P es -3. Si la abscisa de P es 2, hállese su ordenada.
8. La distancia de la recta $4x - 3y + 1 = 0$ al punto P es 4. Si la ordenada de P es 3, hállese su abscisa. (Dos soluciones.)
9. Hallar la ecuación de la recta cuyos puntos equidistan todos de las dos rectas paralelas $12x - 5y + 3 = 0$ y $12x - 5y - 6 = 0$.
10. En la ecuación $kx + 3y + 5 = 0$, hallar el valor del coeficiente k de manera que la distancia dirigida de la recta que representa al punto $(2, -2)$ sea igual a -1.
11. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, 1)$ y tal que la distancia de esta recta al punto $(-1, 1)$ sea igual a $2\sqrt{2}$. (Dos soluciones.)
12. Hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas $x + y - 1 = 0$ y $2x - y + 1 = 0$, y demostrar que son perpendiculares entre sí.
13. Hallar la ecuación de la bisectriz del ángulo agudo formado por las rectas $x - 2y - 4 = 0$ y $4x - y - 4 = 0$.
14. En el triángulo del ejercicio 3, hallar las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos interiores, y demostrar que concurren en un punto.
15. Demostrar, analíticamente, que en un triángulo cualquiera las bisectrices de los ángulos interiores se cortan en un punto que equidista de los tres lados. Este punto se llama *incentro*.
16. Demostrar, analíticamente, que en un triángulo cualquiera la bisectriz de un ángulo interior y las bisectrices de los ángulos exteriores en los otros dos vértices son concurrentes.

17. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $4x - 3y + 12 = 0$ es siempre igual al doble de su distancia del eje X.

18. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $4x - 3y + 12 = 0$ es siempre igual a la mitad de su distancia del eje Y.

19. Un punto se mueve de tal manera que la suma de sus distancias de las dos rectas $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C' = 0$ es una constante. Demostrar que su lugar geométrico es una recta.

20. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $x + 2 = 0$ es siempre igual a su distancia del punto $(2, 0)$. Trácese el lugar geométrico.

21. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $y + 2 = 0$ es siempre igual a su distancia del punto $(0, 2)$. Trácese el lugar geométrico.

22. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $x - 2 = 0$ es siempre 3 unidades mayor que su distancia del punto $(-1, -3)$. Trazar el lugar geométrico.

23. Un punto se mueve de tal manera que su distancia de la recta $x + y + 1 = 0$ es siempre igual a su distancia del punto $(-2, -1)$. Hallar la ecuación de su lugar geométrico.

24. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia de la recta $x + 3 = 0$ es siempre igual al triple de su distancia del punto $(2, -4)$. Trazar el lugar geométrico.

25. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia del punto $(-2, 1)$ es siempre igual al triple de su distancia de la recta $y + 4 = 0$. Trazar su lugar geométrico.

26. Un punto se mueve de tal manera que su distancia del punto $(1, -1)$ es siempre igual al doble de su distancia de la recta $3x - 2y + 6 = 0$. Hallar la ecuación de su lugar geométrico.

27. El ángulo de inclinación de cada una de dos rectas paralelas es α. Si una de ellas pasa por el punto (a, b) y la otra por el (h, k), demostrar que la distancia que hay entre ellas es $|(h - a) \operatorname{sen} \alpha - (k - b) \cos \alpha|$.

28. Hallar el área del trapecio formado por las rectas $3x - y - 5 = 0$, $x - 2y + 5 = 0$, $x + 3y - 20 = 0$ y $x - 2y = 0$.

29. Desde un punto cualquiera de la base de un triángulo isósceles se trazan perpendiculares a los lados iguales. Demostrar, analíticamente, que la suma de las longitudes de estas perpendiculares es constante e igual a la longitud de la altura de uno de los vértices de la base sobre el lado opuesto.

30. Demostrar, analíticamente, que la bisectriz de cualquier ángulo de un triángulo divide al lado opuesto en segmentos proporcionales a los otros dos lados contiguos a los respectivos segmentos.

34. Area de un triángulo. Se han anotado previamente varios métodos para determinar el área de un triángulo dado. Obtendremos ahora una fórmula que permite calcular el área de un triángulo en función de las coordenadas de sus vértices.

Sean $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$ los vértices de un triángulo cualquiera dado (fig. 48). Designemos por h la longitud de la